

К ИССЛЕДОВАНИЮ ВОПРОСА ПОВЫШЕНИЯ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ ЗДАНИЙ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Адилходжаев А.И.¹, Шаумаров С.С.¹

¹Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта, Узбекистан

Аннотация

Рассмотрен вопрос повышения энергоэффективности объектов инфраструктуры железнодорожного транспорта. Изучены особенности распределения температуры воздуха в фильтруемой трещине и процессы формирования температурного поля на поверхности ограждения. Получено математическое выражение температурного поля на поверхности ограждающих конструкций зданий как функции их износа. Предложен метод оценки теплозащитных свойств наружных стен в зависимости от температурных колебаний внутри помещения.

Ключевые слова: энергоэффективность, железнодорожный транспорт, температурный режим, микроклимат помещений, математическая модель, температурные поля, теплопроводность.

Введение*

На балансе железнодорожных компаний находится значительное количество зданий гражданского и промышленного назначения, расходы энергии которых на создание благоприятного микроклимата помещений существенно превышают нормативные показатели, и, следовательно, снижают эффективность работы отрасли в целом. Решение данной проблемы является достаточно сложным. С одной стороны, необходима реальная оценка ситуации, выявление действительных источников потерь тепла и его неэффективного расходования. С другой – требуются обоснованное принятие решений по повышению энергоэффективности объектов и разработка целесообразных экономических выгодных энергосберегающих мероприятий. Не стоит забывать и о том, что эти мероприятия необходимо грамотно осуществить технологически и в дальнейшем правильно реализовать.

Тому, что существующая проблема не находит быстрого разрешения, есть много причин. Это и недостаточная заинтересованность со стороны руководства железнодорожных компаний, и желание на местах полностью скопировать мировой опыт решения отдельных задач (пусть даже и очень эффективный), не проведя сравнительного анализа схожести климатических, экономических и прочих условий страны-разработчика и внедряющего региона [1–3].

Для научного обоснования принятия энергосберегающих решений необходимо строительство пилотных (экспериментальных) объектов, детальное исследование всех происходящих в них теплофизических процессов, экологическая оценка микроклимата помещений, исследование долговечности и безопасности применяемых материалов. Однако, не следует забывать и о том, что проектирование зданий только методом «проб и ошибок» является «тормозом» для

развития строительной науки и проектного дела, не позволяет выявлять оптимальные энергосберегающие и, одновременно, экологические решения [4, 5].

Проведя ряд обследований наружных стен эксплуатируемых зданий железнодорожного транспорта, нами было установлено наличие многочисленных дефектов в ограждающих конструкциях – от мелких сколов до нарушений сплошности материала ограждений (трещин). Такого рода дефекты снижают теплозащитные свойства наружных стен, а, следовательно, ухудшают параметры внутренней среды помещений и приводят к повышенному расходу энергии на поддержание благоприятного микроклимата.

Моделирование распределения температуры воздуха в фильтруемой трещине наружного ограждения

Для осуществления мониторинга технического состояния эксплуатируемых зданий, с точки зрения их соответствия современным требованиям тепловой защиты, в первую очередь необходим анализ формирования температурного поля наружных ограждающих конструкций, имеющих существенные нарушения сплошности структуры материала – сквозные трещины. Исследование данного процесса в натуральных условиях сопряжено со значительными трудностями в обеспечении «чистоты» проводимого эксперимента (изменение интенсивности облучения поверхностей солнечными лучами, суточный ход температуры, изменение направления и скорости ветра и т.п.). В связи с этим, для всестороннего изучения динамики температурного поля ограждения со сквозными трещинами целесообразно использовать математическое моделирование данного физического процесса. Однако для того, чтобы перейти к рассмотрению вопроса формирования температурного поля на поверхности ограждения, имеющего фильтруемую трещину, необходимо первоначально также с использованием метода математического моделирования установить особенности распределения температуры воздуха в данной тре-

© Адилходжаев А.И., Шаумаров С.С., 2018.

щине.

Разработке этой математической модели и результатам выполненных на ее основе исследований посвящена настоящая статья.

При построении математической модели нестационарных температур воздуха в фильтруемой трещине (щели) ограждения были приняты следующие допущения:

1. Передача тепла осуществляется теплопроводностью и конвекцией воздуха, а лучистый теплообмен в щели отсутствует.

2. Процесс свободной конвекции будем рассматривать как результат взаимодействия температуры и скорости движения воздуха в трещине, имеющей произвольную ориентацию.

3. Так как ширина раскрытия трещины γ значительно меньше ее длины L и глубины δ , принято изменение температуры только вдоль осей X и Y .

Для свободно ориентированной трещины

$$\vec{n} = \vec{i} \cdot \cos \phi + \vec{j} \cdot \sin \phi, \quad (1)$$

где \vec{i}, \vec{j} – единичные векторы в направлении осей x, y ; ϕ – углы наклона трещины к вектору силы тяжести, учитывающие влияние наклона трещины на профили температуры и скорости среды внутри трещины.

В качестве исходного уравнения рассмотрим уравнение теплопроводности в движущей среде (с учетом приближения (3)) в виде, используемом в [6] при исследовании температурных полей ограждающих конструкций

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right), \tau > 0, \quad (2)$$

где t – температура воздуха в щели, К; u, v, w – составляющие скорости среды вдоль осей координат x, y, z , м/с; a – теплопроводность воздуха в щели, м²/с.

Уравнение (1) с помощью соответствующего выбора масштаба представим в безразмерном виде. Для этого положим

$$\theta = \frac{t_n - t}{t_n - t_e}, \quad (3)$$

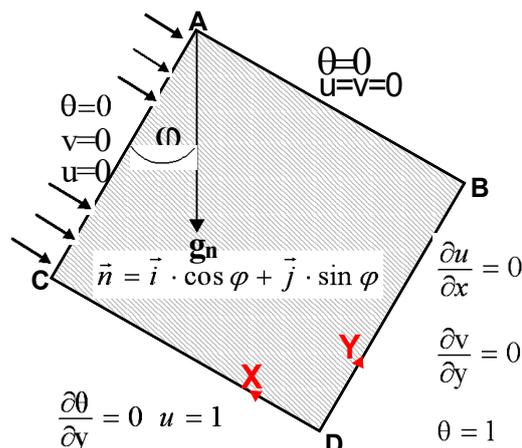
где t_n – наружная температура воздуха, К; t_e – внутренняя температура воздуха, К.

Граничные условия для уравнения (1) с учетом (2) запишем в следующем виде: при $x=0$ $\theta=0$; при $x=\delta$ $\theta=1$. Геометрическая интерпретация граничных условий показана на **рис. 1**.

Для решения (2) воспользуемся проекционным методом Галёркина в виде решения одномерной задачи с некоторыми базисными функциями $\phi_j(x, y)$, отвечающими заданным граничным условиям

$$\theta_A = \sum_{j=1}^N b_j(t) \cdot \phi_j(x, y), \quad (4)$$

где $b_j(t)$ – искомые коэффициенты в разложении (4). В (4) и ниже t – время, T – температура по шкале Кельвина. В последующих выкладках τ – безразмерное время, θ – безразмерная температура.



AB – поверхность трещины;
 CD – центральная линия (линия, проходящая по середине трещины от внутренней поверхности к внешней поверхности ограждения);
 AC – наружная поверхность ограждения – граница втекания воздуха;
 DB – внутренняя поверхность ограждения;
 → направление втекания воздуха;
 ϕ – угол наклона трещины к вектору силы тяжести g_n .

Рис. 1. Схема геометрической интерпретации конвективного теплообмена в трещине с граничными условиями

Для решения задачи (2) используем подход, основанный на испытании так называемых пробных функций, при заданных граничных условиях (метод Петрова – Галёркина [7]). В соответствии с этим методом, коэффициенты b_j определяются из системы уравнений

$$L(\theta_A, \psi_k(x, y)) = \iint_D L(\theta_A) \cdot \psi_k(x, y) dx dy = 0, \quad (5)$$

$$k = 1, 2, \dots, N,$$

где $L(\theta_A)$ определяется разложением (4); $\psi_k(x, y)$ – пробная функция; (\cdot) – скалярное произведение соответствующих функций.

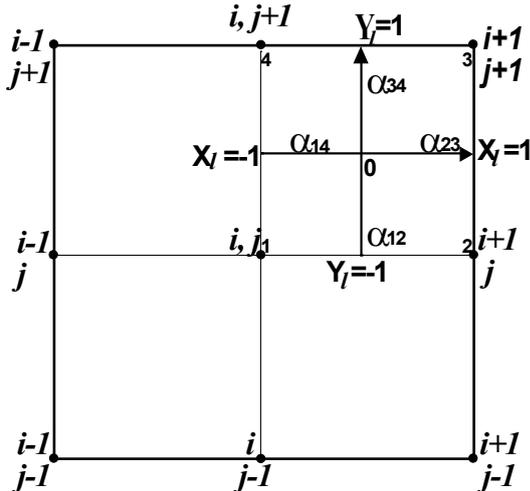
Для понижения размерности старшей производной пробной функции применим теорему Грина [8] к выражению (5). Выполним подстановку разложения (4) в модифицированное выражение (5), меняя порядок суммирования и интегрирования. Получим следующую систему линейных алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов ξ_j при пробной функции $\psi_k(x, y)$

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}, \psi_k \right) + \left(u \frac{\partial \theta_A}{\partial x}, \psi_k \right) + \left(v \frac{\partial \theta_A}{\partial y}, \psi_k \right) + a \left(\frac{\partial \theta_A}{\partial x}, \frac{\partial \psi_k}{\partial x} \right) + a \left(\frac{\partial \theta_A}{\partial y}, \frac{\partial \psi_k}{\partial y} \right) = 0, k = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

С учетом формы граничных условий (**рис. 1**) решаемой задачи, все внутренние произведения в (6) – скалярные произведения, являются поверхностными интегралами, то есть

$$\left(\frac{\partial \theta_A}{\partial x}, \frac{\partial \psi_k}{\partial x}\right) = \iint_D \frac{\partial \theta_A}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_k}{\partial x} dx dy; \left(\frac{\partial \theta_A}{\partial y}, \frac{\partial \psi_k}{\partial y}\right) = \iint_D \frac{\partial \theta_A}{\partial y} \cdot \frac{\partial \psi_k}{\partial y} dx dy. \quad (7)$$

Для подбора формы функций $\psi_k(x, y)$ воспользовались численным методом на заданной с постоянным шагом h регулярной сетке. Для каждого узла i, j этой сетки вводится локальная система координат X_i, Y_i и независимо строятся пробные решения. На рис. 2 показан фрагмент такой сетки в локальной системе координат.



Примечание: порядок обхода узлов сетки – против часовой стрелки, начиная с левого нижнего узла ячейки.

Рис. 2. Фрагмент регулярной сетки с лагранжевым элементом (ячейкой) в локальной системе координат X_i, Y_i

Данный подход основан на использовании лагранжевых прямоугольных элементов [9] и позволяет двумерные пробные функции представить в форме произведений одномерных пробных функций

$$\psi_k(x, y) = \phi_k^x(x_i) + \alpha_x \cdot \gamma_k^x(x_i) \cdot [\phi_k^y(y_j) + \alpha_y \cdot \gamma_k^y(y_j)], \quad (8)$$

$k = 1, 2, \dots, N,$

где

$$\phi_k^x(x_i) = 0.5(1 - x_i); \quad (9)$$

$$\phi_k^y(y_j) = 0.5(1 - y_j); \quad (10)$$

$$\gamma_k^x(x_i) = \begin{cases} -3x_i(1 - x_i) & \text{в элементе } [k, k + 1]; \\ 3x_i(1 - x_i) & \text{в элементе } [k - 1, k]. \end{cases} \quad (11)$$

$$\gamma_k^y(y_j) = \begin{cases} -3y_j(1 - y_j) & \text{в элементе } [k, k + 1]; \\ 3y_j(1 - y_j) & \text{в элементе } [k - 1, k]. \end{cases} \quad (12)$$

Раскрывая выражение (8) с учетом (9)-(12), получаем проверочные функции для соответствующих узлов. Запишем раскрытое выражение для проверочной функции, например, для узлов 1-4, показанных на рис. 2.

$$\left. \begin{aligned} \psi_1^x(x_i) &= 0.5(1 - x_i) \cdot [1 + 1.5 \cdot \alpha_{12}(1 + x_i)] \\ \psi_1^y(y_j) &= 0.5(1 - y_j) \cdot [1 + 1.5 \cdot \alpha_{14}(1 + y_j)] \\ \psi_2^x(x_i) &= 0.5(1 - x_i) \cdot [1 - 1.5 \cdot \alpha_{12}(1 - x_i)] \\ \psi_2^y(y_j) &= 0.5(1 - y_j) \cdot [1 + 1.5 \cdot \alpha_{23}(1 + y_j)] \\ \psi_3^x(x_i) &= 0.5(1 + x_i) \cdot [1 - 1.5 \cdot \alpha_{34}(1 - x_i)] \\ \psi_3^y(y_j) &= 0.5(1 + y_j) \cdot [1 - 1.5 \cdot \alpha_{23}(1 - y_j)] \\ \psi_4^x(x_i) &= 0.5(1 - x_i) \cdot [1 + 1.5 \cdot \alpha_{34}(1 + x_i)] \\ \psi_4^y(y_j) &= 0.5(1 + y_j) \cdot [1 - 1.5 \cdot \alpha_{14}(1 - y_j)] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Таким образом, введенные разности (13) в процессе перехода от двумерных к одномерным пробным функциям, при численной реализации определяются для каждой лагранжевой ячейки $\{i, j\}_m$ четырьмя регулируемыми параметрами $[\alpha_{mn}]_{ij}$ (m – порядковый номер ячейки; $n = 2, 3, 4$). Параметр $[\alpha_{mn}]_{ij}$ определяется согласно [10] по формуле

$$[\alpha_{mn}]_{ij} = cth \beta - \frac{1}{\beta}, \quad (14)$$

где

$$\beta = 0.25 \cdot \frac{h(u_{ij} \cdot \cos \phi + v_{ij} \cdot \sin \phi)}{a}. \quad (15)$$

В формуле (15) u_{ij}, v_{ij} – составляющие вектора скорости среды в узле $m\{i, j\}$, h – шаг регулярной сетки, мм; a – коэффициент температуропроводности, ϕ – угол между плоскостью трещины и направлением вектора силы тяжести, градус.

В результате, обращаясь к формуле (2), мы соотношением (13) определили выражения для пробных функций $\psi_k(x, y)$. Далее для получения системы алгебраических уравнений необходимо представить уравнение (2) его конечноразностным аналогом. Это осуществляется на регулярной сетке с постоянным шагом h по осям X и Y ($\Delta x = \Delta y = h$) и шагом по времени $\Delta \tau$. Получающиеся громоздкие алгебраические уравнения поддаются удобному представлению с использованием пробных функций при принятых условиях – однородность прямоугольной регулярной сетки. Введем в рассмотрение центрированные разностные операторы первых ($\delta_x, \delta_y, m_x, m_y$) и вторых (δ_x^2, δ_y^2) производных [11]:

$$\delta_x(\theta_{i,j}) = \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2}, \quad (16)$$

$$\delta_y(\theta_{i,j}) = \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2}, \quad (17)$$

$$m_x(\theta_{i,j}) = \frac{\theta_{i-1,j}}{6} + \frac{2\theta_{i,j}}{3} + \frac{\theta_{i+1,j}}{6}, \quad (18)$$

$$m_y(\theta_{i,j}) = \frac{f_{i,j-1}}{6} + \frac{2f_{i,j}}{3} + \frac{f_{i,j+1}}{6}, \quad (19)$$

$$\delta_x^2(\theta_{i,j}) = \theta_{i-1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i+1,j}, \quad (20)$$

$$\delta_y^2(\theta_{i,j}) = \theta_{i,j-1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j+1}. \quad (21)$$

С учетом (16)-(21) выпишем по отдельности в виде конечноразностного аналога члены уравнения (2):

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \rightarrow m_y \otimes m_x (\theta^{n+1} - \theta^n), \quad (22)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \rightarrow \frac{m_y \otimes \delta_x \theta^n - 0.5 \alpha^x m_y \otimes \delta_x^2 \theta^n - 0.5 \alpha^y \delta_x \otimes \delta_y \theta^n}{h}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} \rightarrow \frac{m_x \otimes \delta_y \theta^n - 0.5 \alpha^y m_x \otimes \delta_y^2 \theta^n - 0.5 \alpha^x \delta_x \otimes \delta_y \theta^n}{h}, \quad (24)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \rightarrow \frac{m_y \otimes \delta_x^2 \theta^n + m_x \otimes \delta_y^2 \theta^n - 0.5 \alpha^x \delta_x^2 \otimes \delta_y^2 \theta^n - 0.5 \alpha^y \delta_x^2 \otimes \delta_y^2 \theta^n}{h^2}, \quad (25)$$

где символ « \otimes » – тензорное произведение.

Таким образом, уравнение (2), эквивалентное выражениям (22) - (25), после соответствующих преобразований представляется в окончательном аналоговом виде

$$\frac{\delta_x \delta_y (\theta^{n+1} - \theta^n)}{\Delta \tau} + u \frac{\delta_x \theta^n - 0.5 \alpha^x \delta_x^2 \theta^n}{h} + \frac{\delta_y \theta^n - 0.5 \alpha^y \delta_y^2 \theta^n}{h} - a \frac{\delta_x^2 \theta^n - \delta_y^2 \theta^n}{h^2} = 0. \quad (26)$$

Процедура численного решения задачи нестационарной теплопередачи в трещине на основании формулы (26) предполагает выполнение расчетов с заданным шагом по времени. Расчеты выполняются при фиксированных значениях j для всего диапазона изменений индекса i регулярной сетки – направление по оси X (аналогично – для направления по оси Y). Тогда, при реализации такого численного алгоритма, например, на $n+1$ шаге «интегрирования» по времени, уравнение (26) для направления вдоль оси X запишется в виде

$$m_y \otimes m_x (\theta^{n+1} - \theta^n) + 0.5 \lambda m_y \otimes \delta_x (u \theta)^{n-1} + 0.5 \lambda m_x \otimes \delta_y (v \theta)^n = 0.5 g m_y \otimes \delta_x^2 \theta^{n-1} + 0.5 g m_x \otimes \delta_y^2 \theta^n, \quad (27)$$

а для направления вдоль оси Y в виде

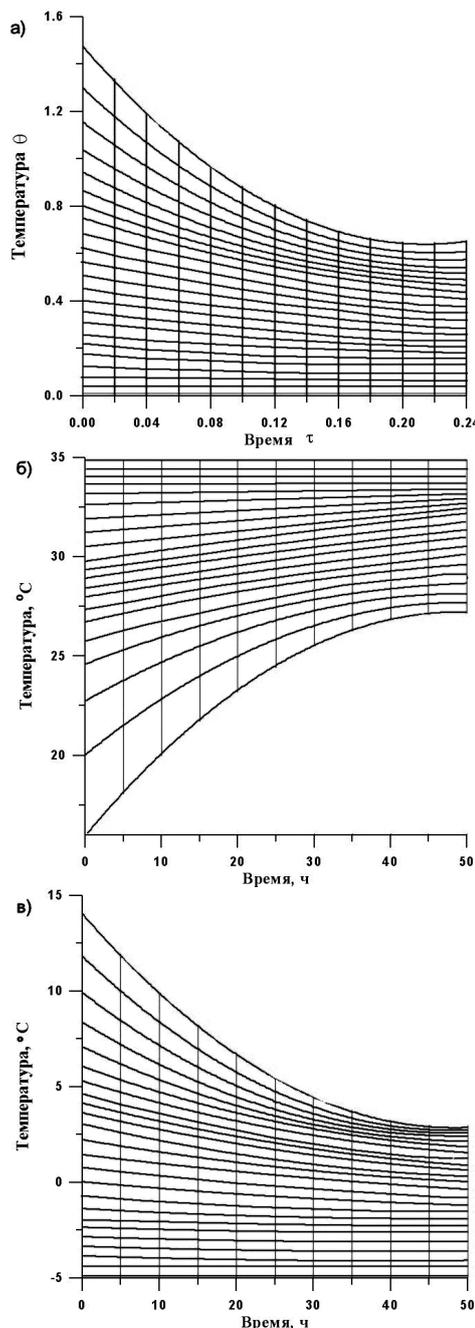
$$m_y \otimes m_x (\theta^{n+1} - \theta^n) + 0.5 \lambda m_y \otimes \delta_x (v \theta)^{n-1} + 0.5 \lambda m_x \otimes \delta_y (v \theta)^{n+1} = 0.5 g m_y \otimes \delta_x^2 \theta^{n-1} + 0.5 g m_x \otimes \delta_y^2 \theta^{n+1}, \quad (28)$$

где $g = a \frac{\Delta \tau}{\Delta h^2}$, $\lambda = \frac{\Delta \tau}{h}$.

На рис. 3 представлены результаты численных расчетов нестационарной теплопередачи в трещине в течение пятидесяти часов для точки, соответствующей её середине. Как видно из рис. 3а, при увеличении безразмерного времени τ , возмущения безразмерной температуры θ затухают таким образом, что через некоторый интервал времени распределение температуры становится практически линейным и стационарным. Эта весьма существенный факт, так как уравнение (2), на основании выявленной динамики температуры в трещине, проявляющейся в переходе от нестационарного состояния в стационарное состояние, можно записать как для установившейся конвективной диффузии

$$\frac{u (\delta_x \theta - 0.5 \alpha^x \delta_x^2 \theta)}{h} + \frac{v (\delta_y \theta - 0.5 \alpha^y \delta_y^2 \theta)}{h} - \frac{\delta_x^2 \theta - \delta_y^2 \theta}{h^2} = 0 \quad (29)$$

$$\alpha^x \equiv \alpha_{i,j=const}, \alpha^y \equiv \alpha_{i=const,j}$$



Примечания:

- Шаг по времени в безразмерной системе координат $\Delta \tau = 0.02$, что соответствует 4.16 часам при рассмотренном максимальном периоде, равном 50 часам;
- Для летнего сезона принято: наружная температура $t_n = 35$ °C; внутренняя $t_6 = 22$ °C. Для зимнего сезона, соответственно: $t_n = -5$ °C; $t_6 = 15$ °C.
- Расчеты выполнены для диапазона температур в безразмерной шкале от 0 до 1.5. Из соображений компактности графического представления результатов, шаг по безразмерной температуре (начальные условия) выбирался переменным.

Рис. 3. Графики изменения температуры воздуха в трещине в безразмерной системе координат
а) в точке, соответствующей её середине;
б) в размерной системе координат – в летний период;
в) в зимний период

Теперь мы можем выполнить решение уравнения (29) в узлах регулярной сетки с заданным шагом по осям X и Y обычным численным методом. Для этого аппроксимируем исследуемую трещину прямоугольной областью, задав на ней регулярную сетку, в узлах которой производится поиск решения (рис. 4).

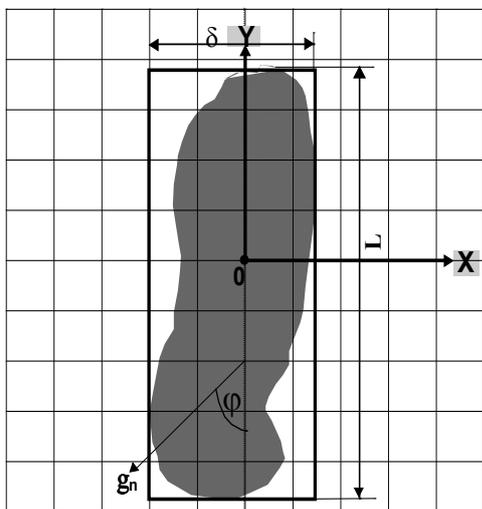


Рис. 4. Схема аппроксимации прямоугольной областью поверхности трещины

На рис. 5 приведены результаты численного решения уравнения (29) при фиксированном значении $X=\delta/2$ ($j=\text{const}$) для всех Y в диапазоне $i^* = 0, \dots, 1$ с шагом $h=0.05$. В качестве входных данных принято $u = v = \chi$, где $\chi/a [c^{-1}] = 5 \cdot 10^2 \cdot 2^{-0.5}$, $t_n=35$ °C, $t_0=22$ °C (лето), $t_n=-5$ °C; $t_0=15$ °C (зима); значения угла φ , равные 20, 60 и 90 градусов. Распределение температуры, как функции расстояния от наружной поверхности ограждения к внутренней вдоль длины трещины при заданном угле φ ее наклона к вектору силы тяжести, приведено по шкале Цельсия. Длина трещины приводится в безразмерных единицах.

Как видно из рис. 5, распределение температуры воздуха по длине трещины существенно нелинейно и лишь вблизи границ поверхности (с обоих концов ограждения) можно видеть ее квазилинейное изменение. В значительной степени кривая распределения температуры зависит от угла наклона трещины: чем больше угол наклона, тем быстрее происходит изменение температуры от границ к середине трещины по ее длине. Кривые распределения температуры независимо от угла наклона трещины имеют очень близкую форму. Данное свойство позволяет аппроксимировать полученные кривые, например, полиномом n -ой степени, а затем, путем осреднения коэффициентов полинома, получить некоторую кривую, описывающую среднее распределение температуры воздуха в трещине, независимо от угла ее наклона, т.е. некоторое среднестатистическое распределение температуры воздуха в трещине. Для этого каждую из кривых безразмерной температуры для соответствующего угла

наклона трещины аппроксимируем полиномом пятой степени

$$\left. \begin{aligned} \theta(y)_{\varphi=20^\circ} &= -0.009 + 0.984x - 8.311x^2 + 30.934x^3 - 35.649x^4 + 13.044x^5 \\ \theta(y)_{\varphi=60^\circ} &= -0.014 + 1.328x - 12.248x^2 + 43.273x^3 - 51.162x^4 + 19.832x^5 \\ \theta(y)_{\varphi=90^\circ} &= -0.012 + 0.946x - 9.322x^2 + 35.125x^3 - 42.239x^4 + 16.514x^5 \end{aligned} \right\} (30)$$

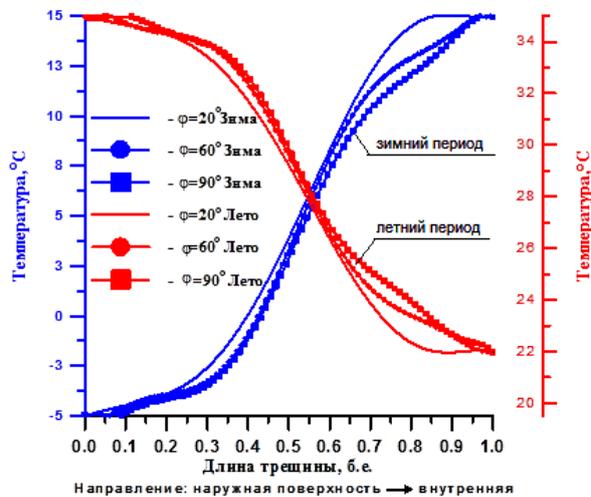


Рис. 5. График распределения температуры воздуха вдоль длины трещины по ее середине в летний и зимний периоды при различных углах φ

В формуле (30) x — независимая переменная (безразмерная длина трещины). Далее, усредняя коэффициенты полиномов при соответствующих степенях, получаем полином, описывающий среднестатистическую по углу наклона трещины кривую распределения безразмерной температуры воздуха в трещине

$$\bar{\theta}(y) = -0.012 + 1.086x - 9.960x^2 + 36.444x^3 - 43.017x^4 + 16.463x^5. \quad (31)$$

Ошибку аппроксимации определяем исходя из граничных условий ($\theta(0)=0$, $\theta(1)=1$), которая составляет $|\Delta|=0.012$. Результаты выполненной процедуры представлены на рис. 6.

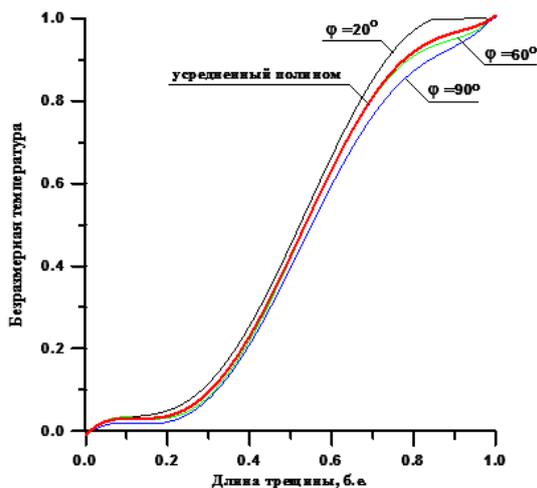


Рис. 6. Результат аппроксимации безразмерной температуры полиномами пятой степени и распределение среднестатистической температуры воздуха в трещине по углу φ

* При численных расчетах начало координат перемещено из точки $\{i=0, j=0\}$ в точку $\{i=-0.5, j=j\}$

Полученная математическая модель позволила перейти к рассмотрению вопроса формирования температурного поля на поверхности ограждения, имеющего сквозную фильтруемую трещину – щель. При решении были приняты следующие допущения:

- на границах рассматриваемой области поддерживается заданным образом распределение температуры, являющейся функцией времени;
- по материалам ограждения теплота передается кондуктивным переносом; охлаждение (нагревание) поверхностей щели происходит в результате теплообмена с воздухом щели, температура T_{mp} которого определяется по выведенному ранее уравнению [12];
- рассматривается двумерная задача в координатной системе XU с началом координат, помещенным на наружной стороне ограждения.

Уравнение, описывающее рассматриваемую задачу, является уравнением конвективной диффузии. В соответствии с поставленными условиями, запишем его в виде двумерной задачи

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \tau > 0, 0 \leq x \leq \delta, 0 \leq y < \infty, \quad (32)$$

где $T=T(x,y,\tau)$ – температура, как функция плоских координат x, y и времени τ . По условию постановки задачи, в начальный момент времени t_0 распределение температуры задано известной функцией

$$T(x, y, 0) = t_n + \xi \Delta t = \Phi, \quad (33)$$

где ξ – безразмерный коэффициент термического сопротивления, равный отношению термического сопротивления слоя R ($m^2 \cdot K / Вт$) к термическому сопротивлению ограждения R_0 ($m^2 \cdot K / Вт$); $\Delta t = t_b - t_n$, t_b – температура внутреннего воздуха, K ; t_n – температура наружного воздуха, K .

На основании перечисленных выше, и в соответствии с тремя существующими возможными граничными условиями для диффузионных задач [13], запишем для уравнения (32) граничные условия первого рода при

$$\begin{cases} y = 0 \rightarrow T = T_{np}; \\ x = 0 \rightarrow T = t_n; \\ x = \delta \rightarrow T = t_g. \end{cases} \quad (34)$$

Для решения данного уравнения нами были использованы метод интегрального преобразования Лапласа [13] по временной координате и метод Фурье – по пространственной координате X .

Для замены независимой переменной x введем переменную z , определенную на промежутке $[0, \pi]$

$$z = \frac{\pi x}{\delta}, z \in [0, \pi]. \quad (35)$$

Прямое и обратное синус-преобразования Фурье записываются, соответственно, в виде [13]

$$F_s(n) = \int_0^\pi f(z) \sin(nz) dz \quad \text{– прямое преобразование,} \quad (36)$$

$$f(z) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^\infty \sin(nz) F_s(n) \quad \text{– обратное преобразование.} \quad (37)$$

Запишем уравнение (32) с учетом (35)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\pi}{\delta} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \tau > 0, 0 \leq z \leq \pi, 0 \leq y < \infty. \quad (38)$$

К уравнению (38) применим прямое преобразование (36)

$$F_s \left[\frac{\partial T}{\partial \tau} \right] = F_s \left[a \left(\frac{\pi}{\delta} \right)^2 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + F_s \left[a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right]. \quad (39)$$

Раскроем уравнение (39), выполнив соответствующие подстановки со взятием интегралов

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_s}{\partial \tau} &= -n\kappa \cos(nz) \cdot T \Big|_{z=0}^{z=\pi} + \\ &+ n\kappa \sin(nz) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0}^{z=\pi} - \int_0^\pi n^2 \cdot \kappa \sin(nz) \cdot T dz + a \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (40)$$

где $\kappa = a \left(\frac{\pi}{\delta} \right)^2$.

С учетом граничных условий ($z = 0 \rightarrow T = t_n$ и $z = \pi \rightarrow T = t_g$), подставив пределы интегрирования в уравнение (40), получим

$$\frac{\partial T_s}{\partial \tau} = -n\kappa(t_g - t_n) - n^2 \kappa T_s + a \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2}. \quad (41)$$

К уравнению (41) применим преобразование Лапласа, разрешив его относительно T_s . Предварительно обозначим выражение преобразования Лапласа как*

$$L \left[\frac{\partial T}{\partial \tau} \right] = S T_L - T_0. \quad (42)$$

Выражение (42) следует читать так: «искомая производная равна произведению изображения T_L на оператор S , минус значение функции в начальный момент времени t_0 , т.е. $T_0 = \Phi$ ». Тогда

$$L \left[\frac{\partial T}{\partial \tau} \right] = L \left[-n\kappa(t_g - t_n) - n^2 \kappa T + a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (43)$$

и, с учетом (42), получим

$$\frac{d^2 T_L}{dy^2} = \left[\frac{S}{a} + \frac{\kappa \cdot n^2}{a} \right] T_L - \frac{\Phi}{a} + \frac{n \cdot \kappa}{a} (t_g - t_n). \quad (44)$$

Преобразование Лапласа для оригинала функции T переводит дифференциальное уравнение в частных производных (41) в обыкновенное дифференциальное уравнение (44) для изображения T_L . Обыкновенное дифференциальное уравнение получено вследствие того, что изображение T_L уже не зависит от времени τ . Задача упростилась, поскольку можно сразу записать общее решение уравнения (44) для изображения T_L , полученное, например, в [13]

$$\begin{aligned} T_L(y, S) - \frac{\Phi - n \cdot \kappa (t_g - t_n)}{S + n^2 \kappa} = \\ = \Re_1 \cdot \exp \left[\sqrt{\frac{S + n^2 \kappa}{a}} \cdot y \right] + \Re_2 \exp \left[-\sqrt{\frac{S + n^2 \kappa}{a}} \cdot y \right]. \end{aligned} \quad (45)$$

Выполним анализ полученного решения (45) на границах заданной области. Для этого применим пре-

*Здесь и далее символ « L » – обозначает прямое преобразование Лапласа, а символ « L^{-1} » – обратного.

образование Лапласа к граничным условиям

$$L\left[\frac{\partial T(\infty, \tau)}{\partial y}\right] = 0, T_L(\infty, S) = 0, \quad (46)$$

$$L[T(0, \tau)] = L[T_{tp}], T_L(0, S) = \frac{T_{tp}}{S + n^2 \cdot \kappa}. \quad (47)$$

Из условия (46) следует, что $\mathcal{M}_1=0$, так как в (45) член при \mathcal{M}_1 неограниченно возрастает при $y \rightarrow \infty$.

Для определения \mathcal{M}_2 воспользуемся условием (47)

$$\frac{T_{tp}}{S + n^2 \cdot \kappa} - \frac{\Phi - n \cdot \kappa(t_g - t_n)}{S + n^2 \cdot \kappa} = \mathcal{M}_2 \exp\left[-\sqrt{\frac{S + n^2 \kappa}{a}} \cdot y\right],$$

однако с учётом того, что при $y \rightarrow \infty$ член

$$\exp\left[-\sqrt{\frac{S + n^2 \kappa}{a}} \cdot y\right] = 1, \text{ получим}$$

$$\mathcal{M}_2 = \frac{T_{tp}}{S + n^2 \cdot \kappa} - \frac{\Phi - n \cdot \kappa(t_g - t_n)}{S + n^2 \cdot \kappa}. \quad (48)$$

Следующий шаг – это переход от полученного для изображения решения (45) к оригиналу. Для этого воспользуемся таблицей изображений функций [13]

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{S + \kappa \cdot n^2}\right\} = \exp(-k \cdot n^2 \cdot \tau), \quad (49)$$

и

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{S + \kappa \cdot n^2} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{S + n^2 \kappa}{a}} y\right)\right\} = \quad (50)$$

$$= 1 - \operatorname{erf} \frac{y}{2\sqrt{a\tau}} = \operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{a\tau}},$$

где $\operatorname{erf}(Z)$ (в нашем случае $Z = \frac{y}{\sqrt{a\tau}}$) – интеграл вероятностей [14]

$$\operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z e^{-\xi^2} d\xi, \quad (51)$$

а функция $\operatorname{erfc}(Z) = 1 - \operatorname{erf}(Z)$ – дополнительная к интегралу вероятностей [14]

$$\operatorname{erfc}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_Z^\infty e^{-\xi^2} d\xi. \quad (52)$$

Таким образом, решение уравнения (40) запишется в виде

$$T_s = (\Phi - n \cdot \kappa \cdot (t_g - t_n)) \cdot \exp(-n^2 \cdot \kappa \cdot \tau + (T_{tp} - \Phi + n \cdot \kappa(t_g - t_n)) \cdot \operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{a\tau}}. \quad (53)$$

И, наконец, подставляя исходные (первоначальные) переменные получаем окончательное решение задачи в виде [15]

$$T = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left[\frac{n \cdot \pi \cdot x}{\delta}\right] \cdot \left(\Phi - n \cdot a \cdot \frac{\pi^2}{\delta^2} (t_g - t_n)\right) \cdot \exp(-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{a\tau}{\delta^2}) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left[\frac{n \cdot \pi \cdot x}{\delta}\right] \cdot \left(T_{tp} - \Phi + n \cdot a \cdot \frac{\pi^2}{\delta^2} (t_g - t_n)\right) \cdot \operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{a\tau}}. \quad (54)$$

Заключение

На основании выполненных исследований нами был разработан методологический подход к проблеме термообновления наружных стеновых панелей эксплуатируемых зданий, основанный на получении объективных данных об остаточных теплозащитных свойствах ограждений, а также предложена методика оценки степени снижения теплозащитных свойств стеновых панелей по характеру температурных полей на внутренней поверхности ограждающих конструкций. Итогом явилась разработанная система комплексного мониторинга технического состояния наружных ограждений, позволяющая планомерно и корректно осуществлять контроль изменения тепло-технических свойств ограждающих конструкций и управление технической эксплуатацией объектов.

Метод математического моделирования, безусловно, открывает широкие перспективы для всестороннего исследования энергоэффективности в сфере эксплуатации железнодорожных зданий. Полученные математические зависимости, апробированные на пилотных объектах, позволят адаптировать зарубежные инженерные решения к условиям Узбекистана, а также разрабатывать новые эффективные энергосберегающие способы.

Список литературы

1. Borodinecs A., Zemitis J., Sorokins J., Baranova D. V., Sovetnikov D. O. Renovation need for apartment buildings in Latvia // Magazine of Civil Engineering. 2017. Т. 68. № 08. С. 58-64. doi: 10.5862/MCE.68.6.
2. Wong J. M., Glasser F. P., Imbabi M. S. Evaluation of thermal conductivity in air permeable concrete for dynamic breathing wall construction // Cement and Concrete Composites. 2007. Т. 29. № 9. С. 647-655. doi: 10.1016/j.cemconcomp.2007.04.008.
3. Cheng Y., Niu J., Gao N. Thermal comfort models: A review and numerical investigation // Building and Environment. 2012. Т. 47. С. 13-22. doi: 10.1016/j.buildenv.2011.05.011.
4. Becker R. Air permeability and thermal performance of concrete block wall specimens // Journal of Building Physics. 2010. Т. 34. № 2. С. 163-177. doi: 10.1177/1744259110370856.
5. Tenpierik M., van der Spoel W., Cauberg H. An Analytical Model for Calculating Thermal Bridge Effects in High Performance Building Enclosure // Journal of Building Physics. 2008. Т. 31. № 4. С. 361-387. doi: 10.1177/1744259107088008.
6. Табунщиков Ю.А. Выученные и невыученные уроки энергосбережения // Энергосбережение. 2009. № 1. С. 10-13.
7. Щипачева Е.В. Основы тепловой защиты гражданских зданий в условиях сухого жаркого климата: дис. ... д-ра техн. наук. Ташкент. 2008. 273 с.
8. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988. 352 с.
9. Маделунг Э. Математический аппарат физики. М.: Наука, 1968. 620 с.
10. Фокин К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. М.: Стройиздат, 1973. 287 с.
11. Huyakorn P.S. Solution of steady-state, convective transport equation using an upwind finite element scheme // Applied Mathematical Modelling. 1977. Т. 1. № 4. С. 187-195.
12. Щипачева Е.В., Шаумаров С.С. Моделирование формирования температуры воздуха в сквозной трещине наружного ограждения здания // Ресурсосберегающие технологии в строительстве: межвуз. сб. науч. тр. Ташкент: ТашИИТ, 2009. Т.4. С. 60-71.
13. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. М.: Мир, 1985. 384 с.
14. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.
15. Шаумаров С.С. Совершенствование тепловой защиты стен эксплуатируемых жилых зданий: дис. ... канд. техн. наук. Ташкент. 2011. 162 с.

Материал поступил в редакцию 28.04.2018

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

A STUDY ON INCREASING THE ENERGY EFFICIENCY OF BUILDINGS ON RAIL TRANSPORT

Adilhodzaev Anvar Ishanovich – Vice Rector for Science, D.Sc. (Eng.), Professor

Tashkent Railway Engineering Institute, Uzbekistan. Phone: +99871-299-00-06. E-mail: anvar_1950@mail.ru

Shaumarov Said Sanatovich – Ph.D. (Eng.), Associate Professor

Tashkent Railway Engineering Institute, Uzbekistan. Phone: +99897-420-50-70. E-mail: shoumarovss@gmail.com

Abstract

The study on increasing the energy efficiency of buildings on rail transport is carried out. The features of distributing the air temperature in filterable crack and processes of forming the temperature field on the surface of the enclosure have been studied. The mathematical formulation of temperature field of building envelope as a function of its deterioration is obtained. Authors propose the evaluation method of heat-shielding properties of external walls depending on temperature fluctuations indoors.

Keywords: energy efficiency, rail transport, temperature, indoor climate, mathematical model, temperature field, thermal conductivity.

References

- Borodinecs A., Zemitis J., Sorokins J., Baranova D.V., Sovetnikov D.O. Renovation need for apartment buildings in Latvia // Magazine of Civil Engineering. 2017, vol. 68, no. 08, pp. 58–64. doi: 10.5862/MCE.68.6.
- ong J. M., Glasser F. P., Imbabi M. S. Evaluation of thermal conductivity in air permeable concrete for dynamic breathing wall construction] // Cement and Concrete Composites. 2007, vol. 29, no. 9, pp.647–655. doi: 10.1016/j.cemconcomp.2007.04.008.
- Cheng Y., Niu J., Gao N. Thermal comfort models] // Building and Environment. 2012, vol. 47, pp. 13–22. doi: 10.1016/j.buildenv.2011.05.011.
- Becker R. Air permeability and thermal performance of concrete block wall specimens] // Journal of Building Physics. 2010, vol. 34, no. 2, pp. 163–177. doi: 10.1177/1744259110370856.
- Tenpierik M., van der Spoel W., Cauberg H. An analytical model for calculating thermal bridge effects in high performance building enclosure] // Journal of Building Physics. 2008, vol. 31, no. 4, pp.361–387. doi: 10.1177/1744259107088008.
- Tabunshchikov I.U.A. Vyuchennye i nevyuchennye uroki energosberezheniya [Learned and unlearned lessons of Energy Saving] // Energosberezhenie [Energy Saving Journal]. 2009, no. 1, pp. 10–13. (In Russ.).
- Shchipacheva E.V. Osnovy teplovoi zashchity grazhdanskikh zdaniy v usloviakh sukhogo zharkogo klimata [Basics of thermal protection of civil buildings in the conditions of a dry hot climate]: doctoral dissertation]. Tashkent: Tashkent Railway Engineering Institute. 2008. 273 p. (In Russ.).
- Fletcher K. Chislennye metody na osnove metoda Galerkina [Numerical methods based on Galerkin method]. Moscow: Mir. 1988. 352 p. (In Russ.).
- Madelung E. Matematicheskiy apparat fiziki [Mathematical Apparatus of Physics]. Moscow: Nauka. 1968. 620 p. (In Russ.).
- Fokin K.F. Stroitel'naya teplotekhnika ograjdayuzhix chastey zdaniy [Building heat engineering of the enclosing parts of buildings]. Moscow: Stroyizdat. 1973. 287 p. (In Russ.).
- Huyakorn P.S. Solution of steady-state, convective transport equation using an upwind finite element scheme] // Applied Mathematical Modelling. 1977, vol. 1, no. 4, pp. 187–195.
- Shchipacheva E.V., Shaumarov S.S. Modelirovanie formirovaniia temperatury vozdukha v skvoznoi treshchine naruzhnogo ograzhdeniya zdaniia [Modeling the formation of air temperature in the through crack of the outer fence of the building] Resursosberegaiushchie tekhnologii v stroitelstve: mezhvuz. sb. nauch. tr. [Resource saving technologies in construction: Proceedings]. 2009, Tashkent: Tashkent Railway Engineering Institute. vol. 4, pp. 60–71. (In Russ.).
- Farlou S. Uravneniia s chastnymi proizvodnymi [Partial differential equations]. Moscow: Mir. 1985. 384 p. (In Russ.).
- Abramovits M., Stigan I. Spravochnik po spetsialnym funktsiiam [Guidebook on special functions]. Moscow: Nauka. 1979. 832 p.
- Shaumarov S.S. Sovershenstvovanie teplovoi zashchity sten ekspluatiruemykh zhilykh zdaniy [Improvement of thermal protection of panel walls of operated residential buildings]: PhD thesis]. Tashkent: Tashkent Railway Engineering Institute. 2011. 162 p. (In Russ.).

Received 28/04/2018

Адилходжаев А.И., Шаумаров С.С. К исследованию вопроса повышения энергоэффективности зданий на железнодорожном транспорте // Современные проблемы транспортного комплекса России. 2018. Т.8. №1. С. 4-11

Adilhodzaev A.I., Shaumarov S.S. A study on increasing the energy efficiency of buildings on rail transport //Sovremennye problemy transportnogo kompleksa Rossii [Modern Problems of Russian Transport Complex]. 2018, vol.8, no.1, pp. 4-11